I. Механично движение

1. МЕХАНИЧНО ДВИЖЕНИЕ

ЗАД.1.
Примери за:
- равномерни движения – движението на влака в малък участък;
- неравномерни движения – при спиране или потегляне на превозно средство;

ЗАД.2.
Да. Например равномерно движение по окръжност – движението на края на стрелката на часовника.

ЗАД.3.
Тялото, спрямо което определяме положението и движението на другите тела, се нарича отправно тяло. Напр. дърветата покрай пътя, знакът на спирката; спрял автомобил и др.

ЗАД.4.
Дадено: v = 800km/h
Търси се: Спрямо кое отправно тяло е измерена скоростта
Скоростта е измерена спрямо земната повърхност.

ЗАД.5.
36km/h = 10m/s
25m/s = 90km/h
54km/h = 15m/s
36m/s = 129,6km/h

ЗАД.6.
Дадено:s = 200m
t = 1min 43s = 103s
Търси се: $v_{ср}$ = ?

$$\upsilon_{cp} = \frac{s}{t} = \frac{200}{103} \approx 2m/s$$

$$2m/s = 7{,}2km/h$$

ЗАД.7.
Дадено: n = 60
t = 1h 39min = 99min = 5940s
l = 5141m
Търси се: $v_{ср}$ = ?

$$\upsilon_{cp} = \frac{s}{t} = \frac{n.l}{t} = \frac{60.5141}{5940} = 52m/s$$

$$52m/s = 187{,}2km/h$$

ЗАД.8.
Дадено: v_1 = 30km/h
v_2 = 70km/h
$t_1 = t_2 = t/2$
Търси се: v_{cp} = ?

Използваме формулата за средна скорост: $\upsilon_{cp} = \frac{s}{t}$

Първата половина от пътя е: $s_1 = \upsilon_1 t_1 = \frac{\upsilon_1 t}{2}$ а втората - $s_2 = \upsilon_2 t_2 = \frac{\upsilon_2 t}{2}$. Целият път е:

$s = s_1 + s_2 = \frac{\upsilon_1 t}{2} + \frac{\upsilon_2 t}{2} = \frac{t}{2}(\upsilon_1 + \upsilon_2)$. Заместваме във формулата за средна скорост и

получаваме: $\upsilon_{cp} = \frac{s}{t} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2} = \frac{30+70}{2} = 50km/h$

ЗАД.9.
Дадено: v_1 = 30km/h
v_2 = 70km/h
$s_1 = s_2 = s/2$
Търси се: v_{cp} = ?

Използваме формулата за средна скорост: $\upsilon_{cp} = \frac{s}{t}$

Скоростта на велосипедиста за първата половина от пътя е : $\upsilon_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{s}{2t_1} \rightarrow t_1 = \frac{s}{2\upsilon_1}$,

откъдето определяме интервала от време за неговото движение.
По същия начин определяме интервала от време през втората половина от пътя.

$$\upsilon_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{s}{2t_2} \rightarrow t_2 = \frac{s}{2\upsilon_2}$$

Целият интервал от време за движението на велосипедиста е :

$$t = t_1 + t_2 = \frac{s}{2\upsilon_1} + \frac{s}{2\upsilon_2} = \frac{s}{2}\left(\frac{1}{\upsilon_1} + \frac{1}{\upsilon_2}\right) = \frac{s}{2}\frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{\upsilon_1 \upsilon_2}$$

Заместваме във формулата за средна скорост и пресмятаме:

$$\upsilon_{cp} = \frac{s}{t} = \frac{s}{\frac{s}{2}\frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{\upsilon_1 \upsilon_2}} = \frac{2\upsilon_1 \upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = \frac{2.30.70}{30+70} = 42km/h$$

2. СКОРОСТ И УСКОРЕНИЕ

ЗАД.1.
Мерната единица за моментна и средна скорост е метър за секунда m/s.
Други мерни единица са km/h; km/s; m/h; m/min

ЗАД.2.
През цялото време на движение не може моментната скорост да е по- голяма от средната.
В отделни моменти – може.

ЗАД.3.
Ускорението е физична величина, която характеризира бързината на изменение на скоростта.

ЗАД.4.
Мерната единица за ускорение е метър за секунда на квадрат m/s^2

ЗАД.5.
Равномерното праволинейно движение е движение без ускорение.

ЗАД.6.
Равноускорителното и равнозакъснителното движение са равнопроменливи движения.

ЗАД.7.
Дадено: $\Delta v = 4m/s$;
$\Delta t = 1s$
Търси се: a = ?

$$a = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{4}{1} = 4m/s^2$$

ЗАД.8.
Да. По- бързо движещото се тяло е увеличило по- бързо скоростта си, т.е. има по- голямо ускорение от по- бавното тяло.

ЗАД.9.
Дадено: $v_0 = 0$;
$v = 108km/h = 30m/s$;
$\Delta t = 4s$
Търси се: a = ?

$$a = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{30}{4} = 7{,}5m/s^2$$

ЗАД.10.
Дадено: $v_0 = 720km/h = 200m/s$;
$v = 1260km/h = 350m/s$;
$\Delta t = 5s$
Търси се: a = ?

$$a = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{350 - 200}{5} = 30m/s^2$$

ЗАД.11.

t,s	**0**	**2**	**4**	**6**
v,m/s	**0**	**6**	**10**	**12**
a,m/s^2	**3**	**2**	**2**	**2**

След 2 секунда движението е с постоянно ускорение, т.е. равноускорително.

3. РАВНОУСКОРИТЕЛНО ДВИЖЕНИЕ

ЗАД.1.

Дадено: t = 3s;
a = 3m/s^2;
v_0 = 0

Търси се: v = ?

Прилагаме закона за скоростта при равноускорително движение без начална скорост:

$\upsilon = a.t = 3.3 = 9m/s$

ЗАД.2.

Дадено: v_0 = 15m/s;
t = 10s;
a = 1,5m/s^2

Търси се: v = ?

Прилагаме закона за скоростта при равноускорително движение:

$\upsilon = \upsilon_0 + at = 15 + 1{,}5.10 = 30m/s$

ЗАД.3.

Дадено: v_0 = 0;
a = 2m/s^2;
t = 5s

Търси се: а) да се докаже, че $s = \frac{at^2}{2}$; б) s = ?

а) Прилагаме закона за пътя при равноускорително движение:

$$s = \upsilon_0.t + \frac{at^2}{2}$$

Тъй като $\upsilon_0 = 0 \Rightarrow \upsilon_0 t = 0 \Rightarrow s = \frac{at^2}{2}$

б) $s = \frac{at^2}{2} = \frac{2.5^2}{2} = 25m$

ЗАД.4.

Дадено: t = 3s;
v_0 = 5m/s;
v = 15m/s

Търси се: $v_{ср}$ = ?; s = ?

Тъй като движението е равноускорително, можем да приложим формулата:

$$\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2} = \frac{5+15}{2} = 10m/s$$

$$s = \upsilon_{ср} t = 10.3 = 30m$$

4. СВОБОДНО ПАДАНЕ

ЗАД.1.
Изводът на Аристотел не е верен, защото той не отчита факта, че телата падат във въздушна среда и въздухът оказва съпротивление на тяхното движение. Колкото по- леко е тялото и колкото по- голяма е неговата повърхност, толкова по- забележимо е влиянието на въдуха.
Причината във въздушна среда телата да падат по различен начин е влиянието на въздуха върху тяхното движение.

ЗАД.2.
Свободното падане на телата е движение, което се извършва в отсъствие на съпротивление на въздуха, с едно и също ускорение, което не зависи от тяхната форма, маса и обем и се нарича земно ускорение.
Траекторията, по която се движат телата при свободно падане, е права линия.

ЗАД.3.
Дадено: $v_0 = 0$;
$v = 30m/s$
$g = 10m/s^2$
Търси се: $v_{cp} = ?$; $t = ?$; $h = ?$

$$\upsilon_{cp} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2} = \frac{30}{2} = 15m/s$$

$$\upsilon = gt \rightarrow t = \frac{\upsilon}{g} = \frac{30}{10} = 3m/s^2$$

$$h = \frac{gt^2}{2} = \frac{10.3^2}{2} = 45m$$

ЗАД.4.
Дадено: $t = 2s$
$g = 10m/s^2$
Търси се: $h = ?$

$$h = \frac{gt^2}{2} = \frac{10.2^2}{2} = 20m$$

ЗАД.5.
Дадено: $t = 6s$;
$v = 30m/s$
Търси се: може ли да смятаме, че движението на контейнера е свободно падане
Сравняваме скоростта на контейнера със скоростта на тяло, извършило свободно падане за същото време.

$$\upsilon_1 = gt = 10.6 = 60m/s$$

Вижда се, че скоростта на тялото е по- голяма от тази на контейнера. Следователно той не е падал свободно.

ЗАД.6.
Дадено: v_1 = 15m/s;
v_2 = 35m/s
Търси се:Δt = ?

$$a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow g = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{g} = \frac{35-15}{10} = 2s$$

5. РАВНОЗАКЪСНИТЕЛНО ДВИЖЕНИЕ

ЗАД.1.
Примери за равнозакъснителни движения:

- движението на превозните средства след натискане на спирачката;
- движението на самолета след приземяване;
- движението на парашутиста непосредствено след отваряне на парашута.

ЗАД.2.
Спирачен път е разстоянието, което изминава автомобил или друго превозно средство от момента на натискане на спирачката до момента на пълно спиране.
(заб. Тук трябва да се прибави и разстоянието, което изминава автомобилът от момента, в който шофьорът види препядствието, до момента на натискане на спирачката)

ЗАД.3.
Дадено: v = 60km/h;
s_1 = 20m;
v = 120km/h
Търси се: s_2 = ?

От формулата $s_{сп} = \frac{\upsilon_0^{\ 2}}{2a}$ се вижда, че спирачният път е правопропорционален на квадрата на скоростта. От условието на задачата следва, че скоростта се е увеличила 2 пъти. Тогава спирачният път ще се увеличи 2^2 =4 пъти, т.е. ще стане 20.4 = 80m

ЗАД.4.
Дадено: v_0 = 25m/s;
v = 10m/s;
a = 1,5m/s^2
Търси се: t = ?
Прилагаме закона за скоростта при равнозакъснително движение:

$$\upsilon = \upsilon_0 - at$$

$$t = \frac{\upsilon_0 - \upsilon}{a} = \frac{25-10}{1{,}5} = 10s$$

ЗАД.5.
Дадено: v_0 = 30m/s;
t = 3s;
a = 4m/s^2
Търси се:s = ?
Прилагаме закона за пътя при равнозакъснително движение:

$$s = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2} = 30.3 - \frac{4.3^2}{2} = 72m$$

ЗАД.6.
Дадено: t = 5s
a = 4m/s^2;
v = 0
Търси се: v_0 = ?; $s_{сп}$= ?
Прилагаме закона за скоростта при равнозакъснително движение:

$$\upsilon = \upsilon_0 - at$$

$$\upsilon_0 = \upsilon + at = at = 4.5 = 20m/s$$

Прилагаме формулата за спирачен път:

$$s_{сп} = \frac{\upsilon_0^2}{2a} = \frac{20^2}{2.4} = 50m$$

ЗАД.7.
Дадено: s = 525m;
t_0 = 15s;
v = 0
Търси се: $v_{ср}$ = ?; v_0 = ?; a = ?

$$s_{сп} = \upsilon_{ср} t \rightarrow \upsilon_{ср} = \frac{s}{t} = \frac{525}{15} = 35m/s$$

Движението е равнопроменливо. Тогава можем да използваме формулата за средна скорост от вида:

$$\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2} = \frac{\upsilon_0}{2} \rightarrow \upsilon_0 = 2\upsilon_{ср} = 2.35 = 70m/s$$

$$s_{сп} = \frac{\upsilon_0^2}{2a} \rightarrow a = \frac{\upsilon_0^2}{2s} = \frac{70^2}{2.525} \approx 4{,}7m/s^2$$

6. РАВНОПРОМЕНЛИВИ ДВИЖЕНИЯ (РЕШАВАНЕ НА ЗАДАЧИ)

ЗАД.1.
Дадено: v_0 = 15m/s;
g = 10m/s^2

Търси се: h_{max} = ?

$$h_{\max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g} = \frac{15^2}{2.10} = 11{,}25m$$

ЗАД.2.

Дадено: t = 3s;

g = 10m/s^2

Търси се: v_0 = ?; h_{max} = ?

$$\upsilon = \upsilon_0 - gt$$

$$\upsilon = 0 \Rightarrow \upsilon_0 = gt = 10.3 = 30m/s$$

$$h_{\max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g} = \frac{30^2}{2.10} = 45m$$

ЗАД.3.

Дадено: v_0 = 60m/s;

a = 4m/s^2

Търси се: t = ? v = 40m/s; v_{cp} = ?; s = ?

$$a = \frac{\upsilon_0 - \upsilon}{t} \rightarrow t = \frac{\upsilon_0 - \upsilon}{a} = \frac{60-40}{4} = 5s$$

$$\upsilon_{cp} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2} = \frac{40+60}{2} = 50m/s$$

$$s = \upsilon_{cp} t = 50.5 = 250m$$

ЗАД.4.

Дадено: v_0 = 15m/s;

v = 5m/s;

s = 50m

Търси се:v_{cp} = ?; t = ?; a = ?

$$\upsilon_{cp} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2} = \frac{5+15}{2} = 10m/s$$

$$s = \upsilon_{cp} t \rightarrow t = \frac{s}{\upsilon_{cp}} = \frac{50}{10} = 5s$$

$$a = \frac{\upsilon_0 - \upsilon}{t} = \frac{15-5}{5} = 2m/s^2$$

ЗАД.5.

Дадено: s = 220m;

v = 11km/s = 11000m/s;

Търси се: a = ?

$$s = \frac{\upsilon^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{\upsilon^2}{2s} = \frac{11000^2}{2.220} = 275000m/s^2$$

$$\frac{a}{g} = \frac{275000}{10} = 27500 \rightarrow a = 27500g$$

Вижда се, че ускорението е 27500 пъти по- голямо от земното.

ЗАД.6.

Дадено: v_0;g

Търси се: Да се докаже: $t_1 = t_2$; $v = v_0$

$$h_{\max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g} \quad (1)$$

$$h = h_{\max} = \frac{\upsilon^2}{2g} \quad (2)$$

От формули (1) за максимална височина при движение на тяло, хвърлено нагоре, и (2) за височината, от която тялото ще извършва свободно падане, се вижда,че тъй като двете височини са равни, то скоростта, с която тялото е хвърлено нагоре, е равна на скоростта, с която тялото ще падне на земята.

Движението на тяло, хвърлено вертикално нагоре, е равнозакъснително движение. Затова прилагаме законите за скоростта и за пътя при равнозакъснително движение:

$$\upsilon = \upsilon_0 - gt$$

$$\upsilon = 0$$

$$\upsilon_0 = gt_1 \rightarrow t_1 = \frac{\upsilon_0}{g}$$

$$\upsilon = gt_2 \rightarrow t_2 = \frac{\upsilon}{g}$$

Следователно времето, за което тялото ще се издигне на максимална височина, е равно на времето, за което тялото ще падне на земята.

Тези резултати са в сила, когато съпротивлението на въздуха е пренебрежимо малко.